

Utilisation d'un réseau de neurones pour appliquer le modèle de Muskingum aux réseaux d'assainissement

Use of a neural network to apply the Muskingum model to sewer networks

J. Vazquez, M. Zug, D. Bellefleur, B. Grandjean et O. Scrivener

Volume 12, numéro 3, 1999

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/705367ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/705367ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (imprimé)

1718-8598 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Vazquez, J., Zug, M., Bellefleur, D., Grandjean, B. & Scrivener, O. (1999). Utilisation d'un réseau de neurones pour appliquer le modèle de Muskingum aux réseaux d'assainissement. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 12(3), 577–595. <https://doi.org/10.7202/705367ar>

Résumé de l'article

L'application du modèle de Muskingum pour simuler l'écoulement à surface libre dans les canaux d'irrigation a été largement utilisée et validée. Par extension, ce modèle est également employé pour simuler les écoulements en réseau d'assainissement. Or, nous avons pu montrer des erreurs allant jusqu'à 80% du débit de pointe entre le modèle de Muskingum à paramètres fixes et le modèle de référence de Barré de Saint-Venant. Nous proposons une nouvelle paramétrisation du modèle de Muskingum pour l'écoulement en collecteur circulaire en réseau d'assainissement et ceci pour un large domaine de longueurs, pentes et diamètres de collecteurs. Ce nouveau modèle non-linéaire a été calé par minimisation d'une fonction objectif traduisant la proximité du modèle proposé avec les résultats de la résolution des équations de Barré de Saint-Venant pour des hydrogrammes rectangulaires. Un réseau de neurones a été utilisé pour paramétrer le modèle. Cette nouvelle application des équations de Muskingum permet l'obtention d'erreurs relatives moyennes inférieures à 6% sur la valeur et l'instant du débit de pointe, ceci dans le cas de collecteurs ayant jusqu'à 6500 m de longueur, des pentes variant entre 0.5% et 1% et des diamètres entre 150 et 2500 mm et des hydrogrammes de débit de pointe proche de la capacité du collecteur. Le modèle a également été validé sur un hydrogramme de forme quelconque.

Utilisation d'un réseau de neurones pour appliquer le modèle de Muskingum aux réseaux d'assainissement

Use of a neural network to apply the muskingum model to sewer networks

J. VAZQUEZ¹*, M. ZUG², D. BELLEFLEUR³, B. GRANDJEAN⁴,
O. SCRIVENER⁵

Reçu le 1^{er} mars 1998, accepté le 21 mai 1999**.

SUMMARY

Certain towns and cities frequently suffer from failures of their sewer networks, especially in rainy weather. Pollution of the host environment, as the direct consequence of occasionally untimely spills, is not appreciated by the natural environment or the human population. Improving the quality of the natural environment therefore involves an increasingly sophisticated control of the hydraulics and the pollutant load in drainage systems, and especially in sewer networks. Real-time management of sewer networks can provide a solution for the protection of the natural environment. In this case, control strategies are provided for the sluices and pumps of the sewer network during a rainy event to minimize the urban effluent. Moreover, a better understanding and modeling of the transport of pollution in the mains is required.

To that end, not only must the hydraulic operation of the mains be correctly modeled (shape of the hydrograph, value and temporal position of the peak flow), but this numerical model must also be stable and converge towards the solution, irrespective of the initial conditions for modeling of the pollution, and the computer time must be compatible with the requirements of real-time management. The most representative model of unidimensional flows is that of Barré de Saint-Venant (1871). The non-linearity of the model, resulting in difficulties in solving these equations, together with the computer time required, are such that not all the criteria for a real-time application can be met. The conceptual equations model of Muskingum is another model that can be used.

1. Département Eau et Environnement, École Nationale du Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg, 1 quai Koch, B.P. 1039 F, 67070 Strasbourg, France.
2. Anjou-Recherche, 1 place de Turenne, 94417 Saint Maurice, France.
3. Département Eau et Environnement, École Nationale du Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg, 1 quai Koch, B.P. 1039 F, 67070 Strasbourg, France.
4. Département de Génie Chimique, Université Laval Sainte-Foy, Québec, Canada.
5. Institut de Mécanique des Fluides, URA CNRS 854 Strasbourg, France.

* Correspondance. E-mail : jvazquez@engees.u-strasbg.fr

** Les commentaires seront reçus jusqu'au 10 mai 2000.

In the case of round sewerage mains with a slope ranging from practically nil to a few per-thousandths and a few kilometers long, the K and α coefficients traditionally used do not yield correct results with respect to the benchmark model of Barré de Saint-Venant. To keep the advantages of the simplification of the Muskingum equations, and to avoid having to solve the Barré de Saint Venant system, we propose new parameters for the Muskingum equations and we use optimization and correlation calculation techniques using neural networks.

In modeling the mains of a sewer network, the discretization of their length, within the usual limits [50 m; 1000 m] is chosen empirically. This discretization plays an essential part in the propagation of the wave in a main. To take this effect into account, the round main of length L is discretized into N sections, and K is expressed on the basis of the maximum speed of the flow V_{\max} . The model setting parameters are now N and α , and will be calibrated for a wide range of slopes, lengths and flow rates for round mains with a constant roughness.

The calculation procedure is as follows:

- setting of the optimal values of N and α giving results close to those calculated by Barré de Saint Venant;
- determination of correlations of the parameters N and α according to the slope, length and diameter;
- validation of the Muskingum model in relation to that of Barré de Saint-Venant.

The parameters α and N are set by minimizing an objective function giving the agreement between the results of the hydraulic simulations by Barré de Saint-Venant and the simulations of the proposed model. The objective function is defined by the sum of the relative quadratic deviations of the values and times of maximum flow rates. The maximum errors are in fact reduced from 90% to 10% on peak flows and from 30% to 10% at a given point in time during the peak flow. The mean error is reduced forty-fold for peak flow, and five-fold in the temporal position, with a reduction of the same order for the standard deviations.

Correlations of α and N are sought according to the slope, length and diameter of the mains modeled. As linear type relations failed to provide satisfactory results, the multi-layer Perceptron type (artificial) neural network model was used. The model includes 3 inputs and 2 outputs.

The first, essential stage consists of finding the optimal number of neurons in the masked layer. It is important to mention that despite maximum errors of 40% and 20% on the prediction of time and peak flow rate, mean errors of only 3% and 4% are observed. Given this result, 4 neurons were chosen in the masked layer. This model therefore includes 3 inputs, 4 neurons in the masked layer, and 2 outputs.

Following the learning phase with the results of the optimization phase, the so-called prediction phase was then performed. This consists of using the neural network with data with intermediary values with respect to those used in the learning phase. The neural network is used solely to predict values within the minimum and maximum limits of the learning phase. The prediction (or validation) phase revealed that the mean errors are in the order of 2.7% for the peak flow value and 5.5% for the instant of the same flow.

The choice of 4 neurons in the masked layer during the prediction phase gives results with the same order of magnitude as in the learning phase, thus validating the structure of the neural network chosen.

Subsequently, the proximity of the value and of the time position of the maximum flow rate for the propagation of rectangular hydrograms was studied. The performance of the model proposed is now verified by studying the pro-

pagation of a hydrogram of any given shape. Use of this model, validated on a hydrogram of any given shape and presenting several peaks of different intensities, yields a satisfactory reproduction of the output hydrogram and is a distinct improvement on the classic Muskingum model.

Key-words: *Muskingum model, non-linear optimization, neural networks, open channel flow, sewer network.*

INTRODUCTION

Les dysfonctionnements des réseaux d'assainissement, particulièrement par temps de pluie, sont fréquents dans certaines agglomérations. Les pollutions des milieux récepteurs, conséquences directes des déversements parfois intempestifs, sont mal supportées par les milieux naturels et la population. Ainsi, l'amélioration de la qualité des milieux naturels passe par une maîtrise en hydraulique et en charge polluante de plus en plus fine des systèmes d'assainissement et particulièrement des réseaux d'assainissement.

Dans un objectif de protection du milieu naturel, la gestion en temps réel des réseaux d'assainissement peut apporter une solution (SCHILLING, 1989 ; VILLENEUVE *et al.*, 1992). En effet, dans ce cas on fournit des stratégies de commande des organes de contrôle (vannes et pompes) du réseau d'assainissement pendant un événement pluvieux dans le but de minimiser les rejets urbains en temps de pluie (VAZQUEZ *et al.*, 1997). De plus, il est nécessaire de mieux comprendre et modéliser le transport de la pollution en collecteur. Pour cela, un modèle conceptuel capable de prendre en compte la pollution dissoute et particulaire est développé (ZUG *et al.*, 1998).

Or, pour cela non seulement il faut correctement modéliser le fonctionnement hydraulique des collecteurs (forme de l'hydrogramme, valeur et position temporelle du débit de pointe), mais il est nécessaire que ce modèle numérique soit stable, qu'il converge vers la solution quelles que soient les conditions initiales pour une modélisation de la pollution et que le temps de calcul soit compatible avec les exigences d'une gestion en temps réel. Le modèle utilisé le plus représentatif des écoulements unidimensionnels est celui de BARRÉ DE SAINT-VENANT (1871). Or, la non-linéarité du modèle engendrant la difficulté à résoudre ces équations ainsi que le temps de calcul ne permettent pas de satisfaire l'ensemble des critères pour une application en temps réel.

Un autre modèle pouvant être utilisé est celui des équations conceptuelles de Muskingum. La résolution de ces équations a été largement étudiée dans le cas des canaux rectangulaires pour l'irrigation. Ainsi, il existe de nombreuses études ; parmi elles, on peut citer celles de CUNGE (1969), KOUSSIS (1978), PONCE et YEVJEVICH (1978), DOOGE (1982), CHOW (1988) et WANG (1992). Dans toutes ces approches, il reste cependant l'inconvénient du calage des paramètres de convergence de l'algorithme pour des collecteurs circulaires. Ces paramètres sont principalement déterminés par calage, ou par des formules empiriques disponibles pour des sections prismatiques (BRAVO, 1994) et font intervenir directement la pente et la longueur du collecteur. Il est également intéressant d'avoir de telles relations pour des conduites circulaires.

Notre démarche s'inscrit dans le cadre du calage par utilisation d'un réseau de neurones des paramètres de Muskingum valable pour les collecteurs circulaires en réseau d'assainissement. Cette nouvelle approche permet d'étendre le domaine de validité du modèle initial, et ceci pour les pentes et les longueurs de collecteurs. Nous utilisons comme modèle de référence les équations de Barré de Saint Venant.

LE MODÈLE DE MUSKINGUM

Le modèle de Muskingum utilisant les équations de stockage et de conservation propose une relation du type :

$$Q_s(t + \Delta t) = \beta_1 \cdot Q_e(t) + \beta_2 \cdot Q_e(t + \Delta t) + \beta_3 \cdot Q_s(t) \quad (1)$$

où, $Q_s(t)$, $Q_e(t)$ représentent respectivement le débit de sortie et d'entrée à l'instant t , et β_1 , β_2 , β_3 des paramètres définis comme suit :

$$\beta_1 = \frac{2 \cdot K \cdot \alpha + \Delta t}{2 \cdot K \cdot (1 - \alpha) + \Delta t} \quad (2)$$

$$\beta_2 = \frac{-2 \cdot K \cdot \alpha + \Delta t}{2 \cdot K \cdot (1 - \alpha) + \Delta t} \quad (3)$$

$$\beta_3 = \frac{2 \cdot K \cdot (1 - \alpha) - \Delta t}{2 \cdot K \cdot (1 - \alpha) + \Delta t} \quad (4)$$

$$\text{avec :} \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1 \quad (5)$$

K et α étant les paramètres de calage du modèle de Muskingum.

K représente le décalage entre le centre de gravité de l'hydrogramme d'entrée et celui de sortie ou encore le décalage d'un signal se propageant à la célérité c sur une distance Δx définie telle que $K = \Delta x / c$.

α est un paramètre permettant de quantifier les influences respectives des débits d'entrée et de sortie sur le volume stocké.

L'utilisation d'un schéma explicite pour résoudre le système d'équations introduit une diffusion numérique artificielle dont l'effet sur la déformation de l'hydrogramme influence fortement le résultat obtenu. En pilotant cette diffusion numérique on peut aboutir à une solution satisfaisante (CHOCAT, 1997).

Les formulations de ces deux paramètres ont été principalement étudiées dans le cas des canaux de section rectangulaire pour l'irrigation ainsi que pour l'écoulement en rivière. Les valeurs de K et α les plus couramment utilisées sont celles issues des travaux de CUNGE (1969), KOUSSIS (1978), KOVACS (1988) et s'écrivent comme suit :

$$\alpha = f(\text{Débit, géométrie, Rugosité, Pente, } \Delta x) \text{ et } K = \Delta x / c$$

$$\text{avec :} \quad c = \beta \cdot V_{\text{moy}} \quad (6)$$

β et V_{moy} étant respectivement un coefficient et la vitesse moyenne de l'écoulement.

De nombreux auteurs se sont intéressés à l'étude de ces paramètres en les reliant à différentes variables : ainsi les travaux de PONCE *et al.* (1978-1982), DOOGE *et al.* (1982), PERUMAL (1989) et plus récemment WANG (1992) et BRAVO *et al.* (1994) font intervenir la pente, la géométrie, la rugosité et la longueur du canal ainsi que les débits initiaux et maximaux entrants.

EXTENSION DU DOMAINE DE VALIDITÉ

Dans le cas des collecteurs d'assainissement de forme circulaire pouvant avoir des pentes quasi nulles jusqu'à quelques pour milles et des longueurs de quelques kilomètres, les coefficients K et α classiquement utilisés ne permettent plus d'obtenir des résultats corrects par rapport au modèle de référence de Barré de Saint Venant. Afin de garder les avantages de la simplification des équations de Muskingum et ne pas devoir résoudre le système de Barré de Saint Venant, nous proposons un nouveau paramétrage des équations de Muskingum et utilisons des techniques de calcul d'optimisation et de corrélations utilisant les réseaux de neurones.

Paramétrage

Lors de la modélisation des collecteurs d'un réseau d'assainissement, on choisit de façon empirique la discrétisation de leur longueur dans les bornes usuelles [50 m ; 1 000 m]. Or, cette discrétisation joue un rôle fondamental dans la propagation de l'onde dans un collecteur. Dans le souci de prendre en compte cet effet, on discrétise le collecteur circulaire de longueur L en N tronçons et on choisit d'exprimer K à partir de la vitesse maximale V_{max} de l'écoulement par les relations suivantes :

$$K = \frac{\Delta x}{V_{\text{max}}} \quad \text{et} \quad N = \frac{L}{\Delta x} \quad \text{soit} \quad K = \frac{L}{N \cdot V_{\text{max}}} \quad (7)$$

La vitesse maximale est déterminée en régime permanent et uniforme pour le débit maximal de l'hydrogramme. Ce choix a été fait pour limiter le nombre de paramètres à calibrer. On fait varier le paramètre α entre 0 et 1 afin de donner toute liberté à l'optimisation pour converger vers la solution de Barré de Saint Venant puisque le paramètre K n'est pas calibré par le coefficient β (relation 6)

On limitera volontairement N (< 30) pour minimiser le temps de calcul. Le pas de temps choisi doit éviter les effets de débit négatif en début de simulation. Pour cela, nous avons choisi Δt tel que : $\Delta t < K/4$ (BRAVO *et al.*, 1994). On utilise ainsi un Δt constant de 30 s.

Ainsi les paramètres de calage du modèle sont maintenant N et α , et seront calibrés pour une large gamme de pentes, longueurs et débits, ceci, pour des collecteurs circulaires ayant une rugosité constante.

Procédure de calcul

La procédure de calcul est la suivante :

- 1) Calage des valeurs optimales de N et α fournissant des résultats proches de ceux calculés par Barré de Saint Venant ;
- 2) Réalisation d'une Analyse en Composante Principale pour visualiser les données et leurs éventuelles dépendances ;
- 3) Recherche de corrélations des paramètres N et α en fonction de la pente, la longueur et le diamètre,
- 4) Validation du modèle de Muskingum par rapport à Barré de Saint Venant.

RECHERCHE DES VALEURS OPTIMALES DE N ET α

On cherche à optimiser les paramètres α et N en fonction de la pente, la longueur et le diamètre afin de s'approcher au mieux des valeurs fournies par le modèle de référence de Barré de Saint Venant calculées par le logiciel CEDRE 2.5 de l'INSA de Lyon. Le débit d'entrée est un hydrogramme rectangulaire de durée 10 minutes et la rugosité de Strickler de la canalisation est choisie égale à 66. Nous considérons que la rugosité est un paramètre de calage externe au modèle. La forme de l'hydrogramme étant correctement reproduite, on caractérise les résultats en fonction de la valeur et de la position temporelle du débit de pointe.

Les valeurs de longueur, pente, débit d'entrée et de diamètre utilisées varient dans les fourchettes suivantes :

50 m	≤ Longueur	≤ 6 350 m
0,0005	≤ Pente	≤ 0,01
150 mm	≤ Longueur	≤ 2 500 mm
(10 l/s	≤ Débit	≤ 5 000 l/s)

La variabilité du problème a été restreinte par souci de simplicité pratique en retenant, pour un débit et une pente donnée, le plus petit diamètre n'entraînant pas de mise en charge. Le nombre de combinaisons est de 199.

Le calage des paramètres α et N est fait par la minimisation d'une fonction objectif (notée F_{obj}) traduisant la proximité des résultats des simulations hydrauliques par Barré de Saint Venant et des simulations du modèle proposé. La méthode d'optimisation numérique à plusieurs paramètres utilisée est celle de Powell (PRESS *et al.*, 1992) du fait de sa facilité de mise en œuvre et de la bonne convergence vers la solution optimale. La fonction objectif est définie par la somme des écarts quadratiques relatifs des valeurs et instants des débits maximum.

Les contraintes imposées pour l'optimisation sont : $0 < \alpha < 1$; $N \in [1 ; 30]$

$$F_{obj} = \frac{(Q_{max_Musk} - Q_{max_BSV})^2}{Q_{max_BSV}^2} + \frac{(TQ_{max_Musk} - TQ_{max_BSV})^2}{TQ_{max_BSV}^2} \quad (8)$$

où Q_{max_i} et TQ_{max_i} représentent respectivement la valeur et l'instant du débit maximum.

On présente dans le *tableau 1* les principales statistiques concernant les erreurs relatives sur les valeurs et instants des débits maximum par rapport aux résultats de Barré de Saint Venant. On note les résultats de Muskingum de CEDRE ($\alpha = 0.8$ et $N = 1$) (SEMSAR, 1995) par M, ceux par la méthode proposée par MN (Muskingum et Neurones) et enfin ceux obtenus par la résolution des équations de Barré de Saint Venant par BSV.

Tableau 1 Erreurs relatives par rapport à Barré de Saint Venant en phase de calage.

Table 1 Relative errors in relation to Barré de Saint Venant in the calibration phase.

	Écart type		Erreur Min (%)		Erreur Moy (%)		Erreur Max. (%)	
	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV
Qmax	26,16	1,15	0,00	0,00	20,94	0,49	93,00	9,00
TQmax	5,61	1,95	0,00	0,00	5,71	1,11	26,92	9,59

L'exploitation des résultats du tableau précédent montre une importante réduction des erreurs relatives. En effet, le fait de comparer avec Muskingum avec paramètres fixes montre simplement qu'effectivement la performance du modèle s'améliore considérablement si l'on cale les paramètres du modèle. Pour examiner l'influence particulière des valeurs de α et N sur l'amélioration des résultats, on présente à la *figure 1*, les erreurs relatives de Qmax en fonction des longueurs et pentes, et de TQmax en fonction des diamètres.

La *figure 1* met en évidence les erreurs importantes de M/BSV dans le cas de longueurs et pentes importantes et de diamètres faibles. On remarque également l'amélioration importante du modèle paramétré par rapport au modèle M. La paramétrisation choisie permet donc, dans cette phase d'optimisation, non seulement d'accroître le domaine de validité du modèle de Muskingum mais aussi d'obtenir des résultats proches de ceux de Barré de Saint Venant. En effet, les erreurs maximales sont réduites de 90 à 10 % sur le débit de pointe et de 30 à 10 % sur l'instant de ce débit maximal. En terme de moyenne, on obtient une réduction de l'erreur d'un rapport de 40 sur le débit de pointe et de 5 sur sa position temporelle avec une réduction du même ordre sur les écarts types.

Une représentation générale des erreurs relatives est proposée à la *figure 2*.

Les paramètres α et N choisis permettent donc dans cette phase d'optimisation, d'obtenir des erreurs relatives inférieures à 10 % par rapport à BSV, mais il faut noter que la réduction des erreurs porte principalement sur la valeur des débits de pointes.

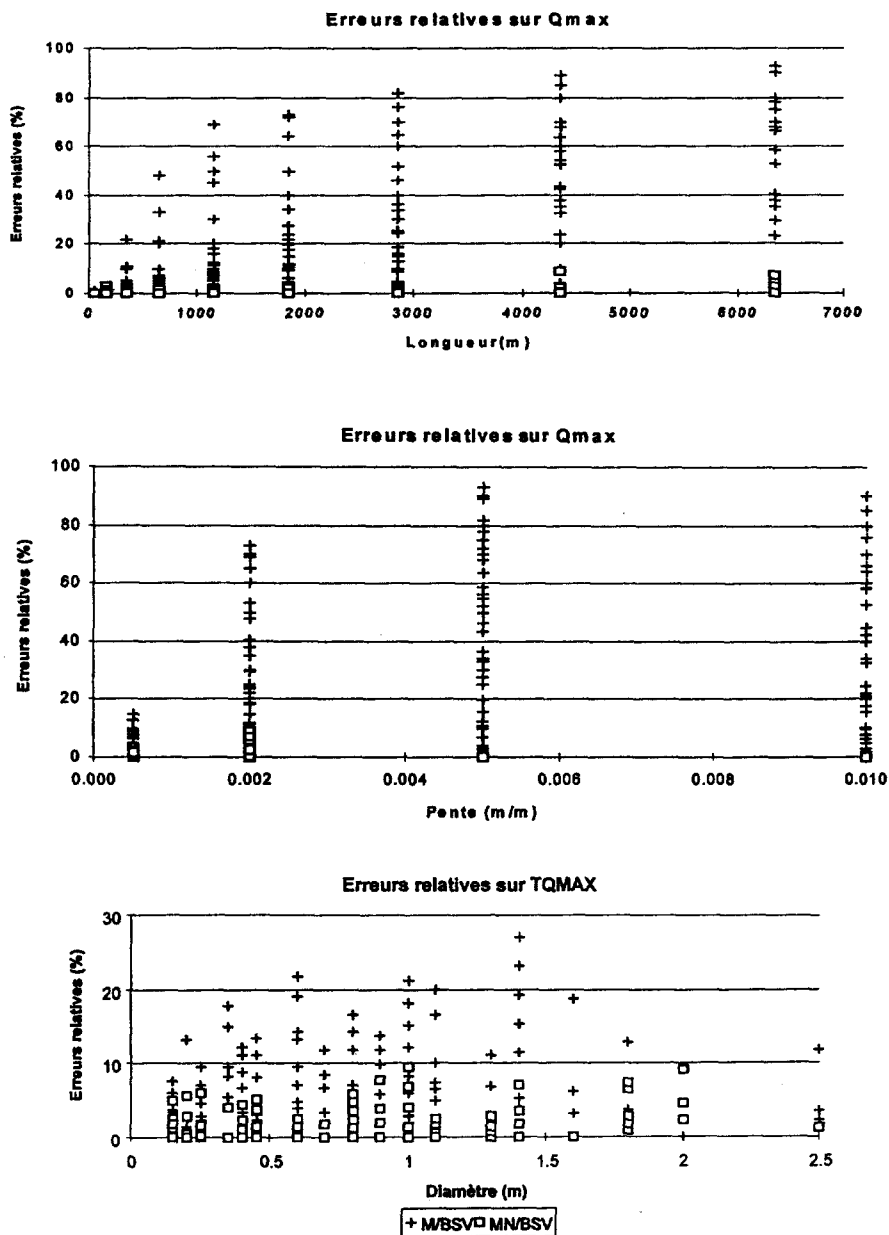


Figure 1

Exemples d'erreurs relatives en fonction de la longueur, la pente et le diamètre.

Examples of relative errors according to the length, the slope and the diameter.

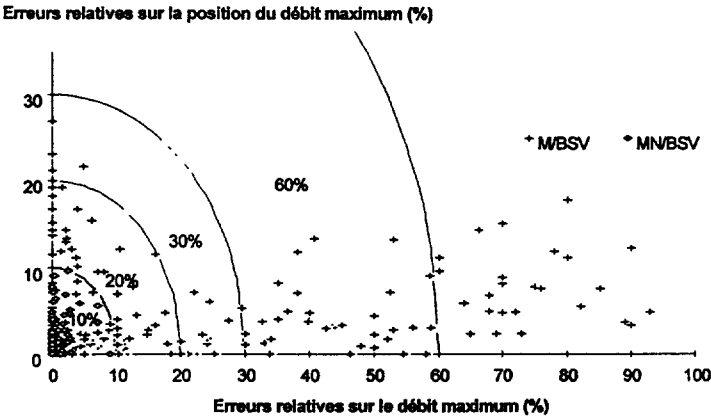


Figure 2 Erreurs relatives en phase d'optimisation.
Relative errors in phase of optimization.

ANALYSE EN COMPOSANTES PRINCIPALES (ACP)

Afin de mettre en évidence d'éventuelles influences de l'un ou l'autre des paramètres étudiés sur les résultats, nous les avons traités statistiquement grâce à une Analyse en Composantes Principales. Nous avons pris pour variables d'entrée la longueur, la pente et le diamètre. Les variables supplémentaires sont les paramètres α et N . Les individus correspondent aux 199 simulations réalisées.

Le *tableau 2* représente les valeurs propres de la matrice des corrélations.

Tableau 2 Valeurs propres de la matrice des corrélations.

Table 2 Eigenvalues of correlation matrix.

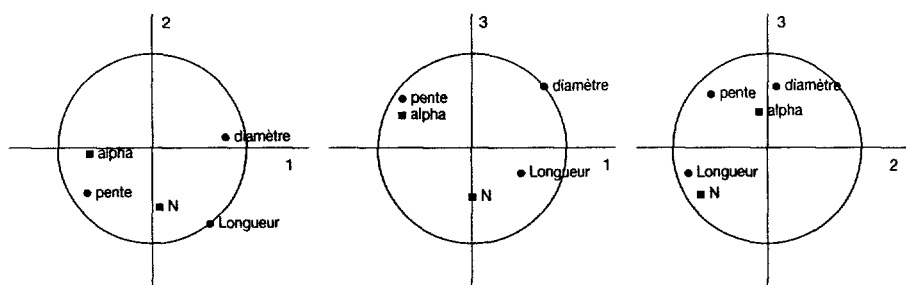
#	Valeur	Pourcent	Cumul		26.18	31.45	42.37
1	1.2712	42.37	42.37				
2	0.9436	31.45	73.82				
3	0.7853	26.18	100.00				

On constate d'une part qu'il n'y a pas d'axe principal prédominant, donc chaque axe a une représentativité des individus qui n'est pas négligeable. D'autre part, les plans 1-2, 1-3 et 2-3 vont expliquer les individus de 73.8 %, 68.5 % et 57.6 % respectivement. Ce qui permet de dire que les trois plans ont quasiment la même importance.

Compte tenu des faibles corrélations de α et N (*tableau 3*) avec les axes (maximum 46 %) ces variables peuvent donc être considérées comme faiblement corrélées aux variables principales (1, 2, 3) (*figure 3*). Ces dernières sont peu liées aux variables d'entrée (longueur, pente et diamètre).

Tableau 3 Tableau des corrélations.**Table 3** Table of the correlations.

	Axe 1 corrélation ²	Axe 2 corrélation ²	Axe 3 corrélation ²
Longueur	0,28	0,65	0,07
pente	0,44	0,28	0,28
diamètre	0,56	0,01	0,43
α	0,40	0,004	0,18
N	0,003	0,46	0,21

**Figure 3** Plans principaux.
Principals planes.

L'étude de l'ensemble des coefficients de corrélation nous permet d'affirmer qu'une corrélation linéaire ne permettra pas de représenter correctement α et N en fonction du diamètre, de la pente et de la longueur.

CALAGE DU MODÈLE PROPOSÉ : ÉVALUATION DES PARAMÈTRES α ET N

Les corrélations de α et N sont recherchées en fonction de la pente, la longueur et le diamètre des collecteurs modélisés. Les relations de types linéaires ne fournissant pas de résultats satisfaisants, nous avons utilisé le logiciel NNFIT (Neural Network based data FITting, CLOUTIER et al. 1996) utilisant les modèles de réseau de neurones (artificiels) de type Perceptron multicouches. Le modèle comporte 3 entrées et 2 sorties.

Les relations utilisées dans le réseau de neurones sont les suivantes :

$$H_j = f \left(\sum_{i=1}^{I+1} W_{ij} \cdot U_i \right) \text{ avec : } 1 \leq j \leq J \quad (9)$$

$$S_k = f\left(\sum_{j=1}^{J+1} W_{jk} \cdot H_j\right) \text{ avec : } 1 \leq k \leq K' \quad (10)$$

où U_i , H_j et S_k représentent respectivement le vecteur des variables normalisées d'entrée, la sortie du neurone j de la couche cachée et le vecteur des variables normalisées de sortie. Le modèle comporte deux biais sur les deux premières couches $u(l+1)$ et $h(l+1)$.

f représente la fonction sigmoïde : $f(z) = 1 / (1 + e^{-z})$ (11)

W_{ij} les poids du réseau de neurones.

La transformation des variables réelles (X , Y) aux variables normalisées (U , S) s'écrit :

$$U_i = \frac{f_i(X_i) - f_i(X_{\min_i})}{f_i(X_{\max_i}) - f_i(X_{\min_i})} \quad (12)$$

$$S_k = \frac{Y_k - Y_{\min_k}}{Y_{\max_k} - Y_{\min_k}} \quad (13)$$

f_i : est soit la fonction \log_{10} soit la fonction identité.

$$\text{soit } U = \begin{bmatrix} \text{Longueur} \\ \text{Pente} \\ \text{Diamètre} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et } S = \begin{bmatrix} \alpha \\ N \end{bmatrix}$$

La première étape, essentielle, est la recherche du nombre optimal de neurones dans la couche cachée. Dans le but d'optimiser le nombre de neurones cachés afin d'éviter le sur-apprentissage, la *figure 4* nous montre l'évolution de l'erreur moyenne et maximale sur le débit et le temps du débit maximal en fonction du nombre de neurones dans la couche cachée dans la phase d'apprentissage.

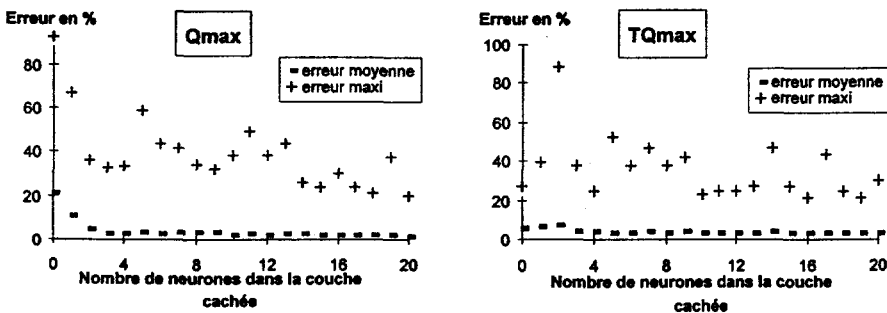


Figure 4 Erreurs en fonction du nombre de neurones dans la couche cachée.
Errors according to the number of neurons in the layer hidden.

Il est important de mentionner que malgré des erreurs maximales de 40 % et 20 % pour certaines valeurs du nombre de neurones sur la prédiction du temps et débit de pointe, on observe uniquement des erreurs moyennes de 3 % et 4 %. Compte tenu de ces remarques, nous avons choisi 4 neurones dans la couche cachée. Ce modèle comporte donc 3 entrées ($I = 3$), 4 neurones dans la couche cachée ($J = 4$) et 2 sorties ($K' = 2$). Les valeurs des poids sont consignées dans le *tableau 4*.

Tableau 4 Valeurs des paramètres W_{ij} et W_{jk} .

Table 4 Values of the parameters W_{ij} et W_{jk} .

			i				
			1	2	3	4	
W _{ij}	j	1	− 4,20	− 6,00	− 5,60	− 8,19	
		2	− 12,21	− 14,42	− 0,94	2,43	
		3	0,50	− 4,20	4,07	4,44	
		4	2,82	4,92	18,58	1,56	
			j				
			1	2	3	4	5
W _{jk}	k	1	6,01	35130,63	2,80	− 35130,62	− 9,94
		2	0,27	− 20762,13	− 8,13	720761,04	− 2,80

Les valeurs minimales et maximales des entrées et sorties sont présentés au *tableau 5*.

Tableau 5 Valeurs extrêmes du réseau de neurones.

Table 5 Extreme values of the neural networks.

	Entrées			Sorties	
	1	2	3	1	2
f_i	$\log_{10}(\text{Longueur})$	Pente	Diamètre	α	N
Xmax	3,80	0,0100	2,50	1,00	27,00
Xmin	1,70	0,0005	0,15	0,10	1,00

La fonction calculée par les réseaux de neurones permet la représentation graphique des résultats. Les *figures 5* donnent l'allure des courbes α en fonction de la pente et de la longueur pour des diamètres de collecteur donnés.

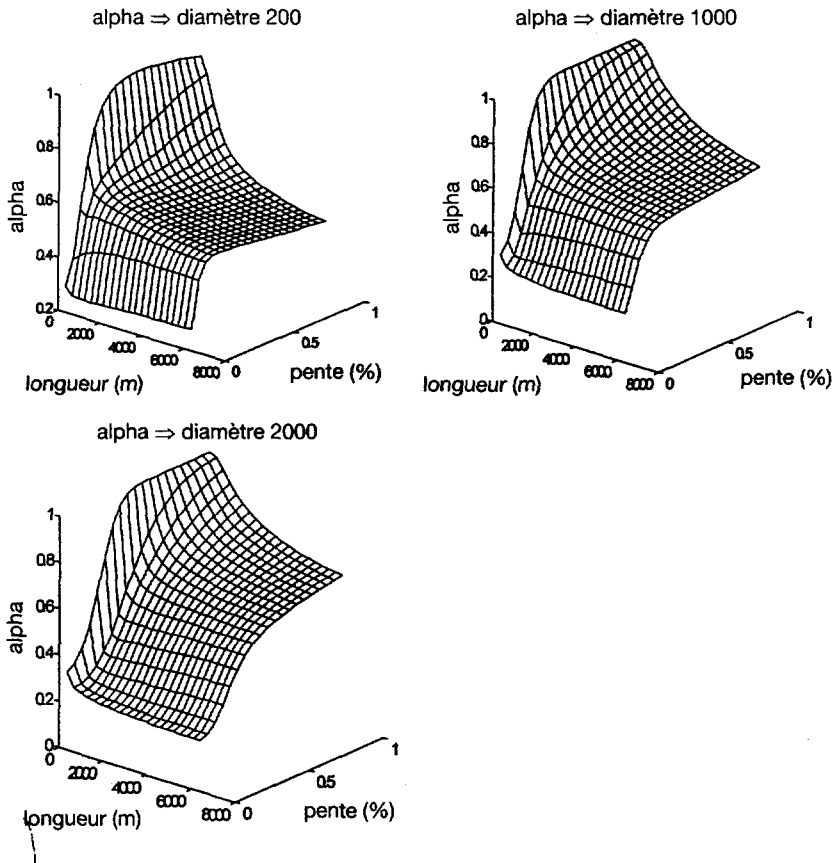


Figure 5 Courbes de α .
Curves of α .

Après la phase d'apprentissage avec les résultats de la phase d'optimisation on effectue maintenant la phase dite de prédiction. Cette étape consiste à utiliser le réseau de neurones avec des données ayant des valeurs intermédiaires à celles utilisées en apprentissage. Le réseau de neurones est uniquement utilisé pour prédire des valeurs à l'intérieur des bornes minimales et maximales d'apprentissage.

Cette phase de prédiction a été réalisée avec les données consignées dans le tableau 6 et permettant 48 nouveaux cas de simulations.

Tableau 6 Données utilisées pour la phase de prédiction.
Table 6 Data used for the phase of prediction.

Longueur (m)	100	500	1000	3000
Pente (m/m)	0,001	0,0025	0,0075	
Débit d'entrée (l/s)	30	300	700	3000

Le choix de 4 neurones dans la couche cachée en phase de prédiction fournit des résultats du même ordre de grandeur qu'en phase d'apprentissage et valide donc la structure du réseau de neurones choisie.

Les principaux critères statistiques caractérisant les erreurs relatives pour les 48 cas de simulations sont présentés au *tableau 7*.

Tableau 7 Erreurs relatives par rapport à Barré de Saint Venant en phase de validation.

Table 7 Relative errors compared to Barred de Saint Venant in phase of validation.

	Écart type		Erreur Min (%)		Erreur Moy (%)		Erreur Max. (%)	
	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV	M/BSV	MN/BSV
Qmax	20,01	4,88	0,00	0,00	21,01	2,76	77,33	19,33
TQmax	10,68	5,96	0,00	0,00	10,02	5,49	38,46	21,05

Les fonctions α et N proposées permettent donc de réduire de manière importante les erreurs relatives du modèle de Muskingum proposé. Une représentation générale des erreurs relatives est proposée à la *figure 6*.

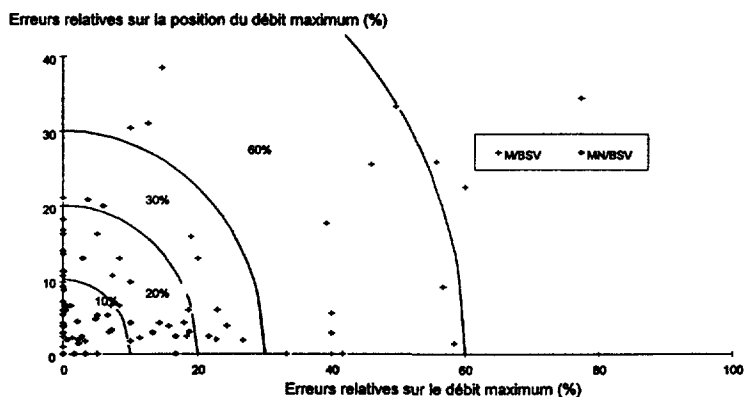


Figure 6 Erreurs relatives en phase de validation.

Relative errors in phase of validation.

ANALYSE DES RÉSULTATS DU MODÈLE PARAMÉTRÉ

L'analyse des résultats du modèle de Muskingum proposé est présentée aux *figures 7 et 8* sous forme d'histogrammes des fréquences d'erreurs sur la valeur et la position temporelle du débit de pointe.

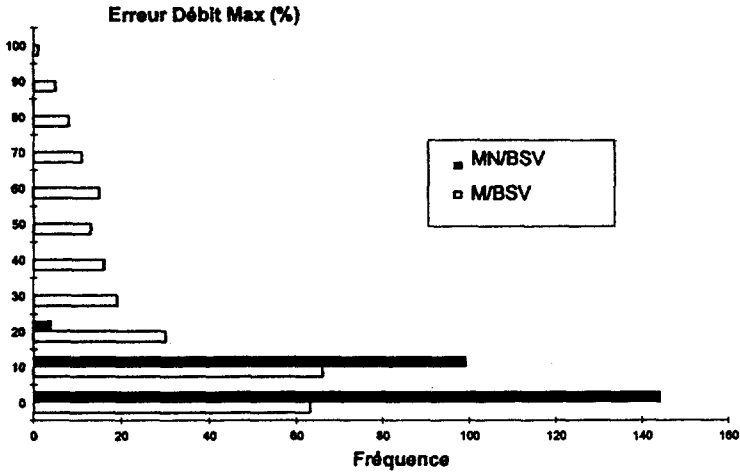


Figure 7 Fréquence des erreurs relatives sur les débits de pointes.
 Frequency of the relative errors on the peak outflow.

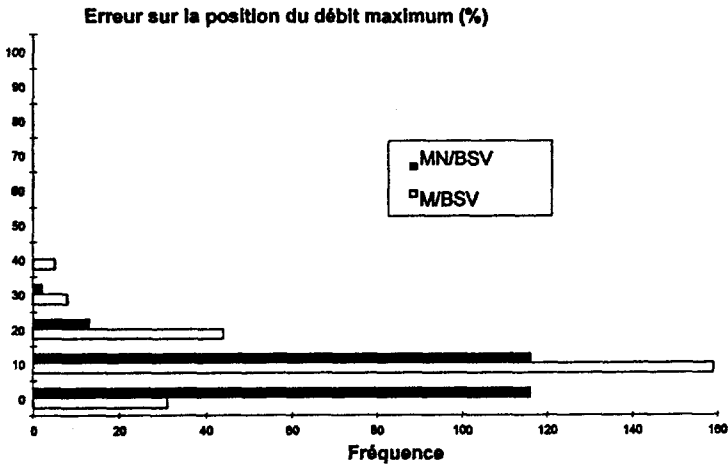


Figure 8 Fréquence des erreurs relatives sur les instants des débits de pointes.
 Frequency of the relative errors on the moments of the peak outflow.

L'évaluation des paramètres α et N permet donc l'obtention d'erreurs sur la valeur du débit de pointe inférieures à 20 % pour 98 % des cas contre 52 % pour le Muskingum classique. Concernant la position temporelle de ce débit, on obtient une erreur inférieure à 20 % dans 94 % des cas contre 77 % pour le Muskingum classique. Les résultats peuvent être qualifiés de bonne qualité, mais restent meilleurs pour l'évaluation de la valeur du débit de pointe. Une amélioration à ce sujet passera vraisemblablement par une étude du paramètre β intervenant dans le calcul de la célérité du signal.

VALIDATION AVEC UN HYDROGRAMME RÉEL

On a étudié jusqu'à présent la proximité de la valeur et de la position temporelle du débit maximal pour la propagation d'hydrogrammes de forme rectangulaire. On vérifie maintenant les performances du modèle proposé en étudiant la propagation d'un hydrogramme de forme quelconque. L'hydrogramme choisi est étalé sur plus de huit heures et comporte trois pics de débits d'intensité différentes. Les simulations ont été effectuées pour un collecteur circulaire de 3 000 m de long, de pente 0,005 m/m et satisfaisant la contrainte de non mise en charge pour un débit en régime permanent égal au débit maximal, soit un diamètre de 700mm et un taux de remplissage de 87 %. On présente les résultats des simulations avec le modèle de référence de Barré de Saint Venant, le modèle de Muskingum classique et le modèle de Muskingum proposé avec $\alpha = 0,57$ et $N = 7$ à la figure 9.

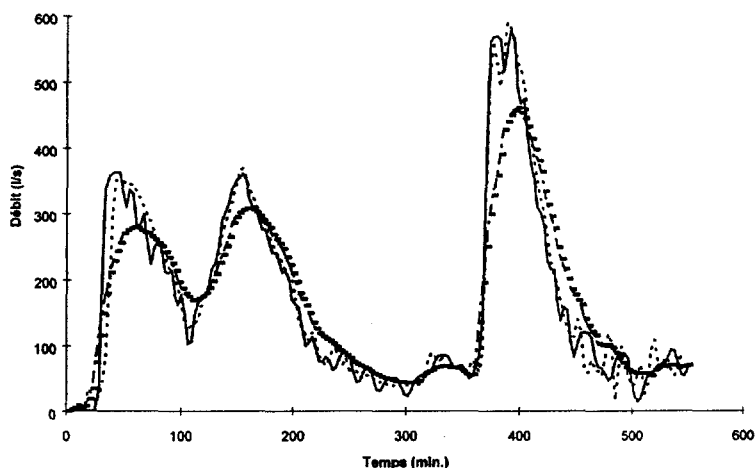


Figure 9 Simulations avec un hydrogramme de forme quelconque.
Simulations with a hydrogramme of an unspecified form.

L'erreur maximale sur le débit de pointe calculée par rapport à Barré de Saint Venant est de 27 % pour le Muskingum classique et de 1 % avec la méthode de Muskingum et Neurones (MN). Ce résultat encourageant nous permet de valider dans ce cas précis, la démarche d'apprentissage et de prédiction des coefficients α et N par les réseaux de neurones, dont on rappelle qu'elle a été effectuée avec des hydrogrammes schématiques et sur une fonction objective particulière. Le *tableau 8* montre les erreurs que l'on a pour d'autres valeurs de pente, diamètre et longueur.

Ainsi les valeurs de α et N en fonction de la longueur, de la pente et du diamètre permettent la reproduction tout à fait satisfaisante d'hydrogrammes de formes quelconques, induisant un taux de remplissage de 0 % à 87 %, différent des conditions d'apprentissage.

Tableau 8 Erreurs sur le débit de pointe.**Table 8** Errors on the peak outflow.

Pente (m/m)	Diamètre (m)	Longueur (m)	α	N	Erreur (%) sur le débit de pointe M/BSV	Erreur (%) sur le débit de pointe M.A./BSV
0,01	0,7	500	0,90	1	1,7	1,5
0,005	0,2	5000	0,53	18	50,0	7,0

CONCLUSION

La paramétrisation proposée du modèle de Muskingum alliée aux techniques de calcul utilisées ont permis de mettre en évidence une nette amélioration des performances d'un modèle de type conceptuel dans le cas des conduites circulaires pour une seule valeur de rugosité. Les paramètres α et N ont été optimisés avec pour objectif la minimisation de l'écart entre le modèle de Muskingum et celui de Barré de Saint-Venant. Les critères utilisés portent sur la valeur et le temps d'apparition du débit de pointe, ceci pour des hydrogrammes de formes rectangulaires. Ces calculs ont permis d'obtenir une réduction de l'erreur moyenne sur le débit de pointe d'un rapport de 40 et de 5 sur sa position temporelle, pour le jeu de 199 configurations utilisées pour l'optimisation. Une analyse en composantes principales n'ayant pas montré des liens particuliers entre les variables, nous avons utilisé un réseau de neurones pour l'évaluation des paramètres en fonction de la longueur, la pente et le diamètre des collecteurs, dans le cas d'hydrogrammes de débit de pointe proche de la capacité du collecteur. Après une phase d'apprentissage (199 simulations) avec des erreurs moyennes respectivement de 3 % et 4 % pour la valeur du temps et débit de pointe, la phase de prédiction (48 simulations) montre que les erreurs moyennes atteintes sont de l'ordre de 2,7 % pour la valeur du débit de pointe et 5,5 % pour l'instant de ce même débit. L'utilisation de ce modèle ainsi validé sur un hydrogramme de forme quelconque et présentant plusieurs pics d'intensités différentes permet une reproduction satisfaisante de l'hydrogramme de sortie et une amélioration notable par rapport à un Muskingum classique.

Les résultats obtenus sont encourageants et permettent donc d'envisager des développements ultérieurs et principalement dans les domaines suivants :

- une validation étendue pour les hydrogrammes et taux de remplissage quelconques ;
- une étude particulière de l'influence du paramètre β intervenant dans le calcul de la célérité du signal sur la position temporelle de l'hydrogramme de sortie ;
- l'adaptation de ce modèle à des collecteurs de type ovoïdes par ajout d'un paramètre de forme en entrée du réseau de neurones.

ABRÉVIATIONS

BSV	= Barre de Saint Venant
c	= célérité
F_{obj}	= fonction objectif
H	= sortie du neurone de la couche cachée
I	= nombre de variables d'entrée
J	= nombre de neurones dans la couche cachée
K	= décalage d'un signal se propageant à la célérité c sur une distance Δx
K'	= nombre de variables de sorties
M	= Muskingum
MA	= méthode de Muskingum Améliorée
N	= nombre de divisions du collecteur
Q_e	= débit de sortie
$Q_{max_{BSV}}$	= débit maximum donnée par Barré de Saint Venant
$Q_{max_{Musk}}$	= débit maximum donnée par Muskingum
Q_s	= débit d'entrée
S	= vecteur de sortie des variables normalisées
$TQ_{max_{BSV}}$	= position temporelle du débit maximum donnée par Barré de Saint Venant
$TQ_{max_{Musk}}$	= position temporelle du débit maximum donnée par Muskingum
U	= vecteur d'entrée des variables normalisées
V_{moy}	= vitesse moyenne
V_{max}	= vitesse maximale
W	= poids du réseau de neurones
X	= vecteur entrée des variables réelles
Y	= vecteur sortie des variables réelles
α	= paramètre quantifiant l'influence des débits d'entrée et de sorties
β	= coefficient de vitesse
β_i	= paramètre du modèle de Muskingum
Δt	= pas de temps
Δx	= pas d'espace

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BRAVO R., DOW D.A., ROGER J.R., 1994. Parameters determination for the Muskingum-Cunge Flood Routing Method. *Water Resources Bulletin*, vol. 30, n° 5, 891-899.
- CEDRE 2.5. Manuel de référence, logiciel de simulation de réseau d'assainissement développé par l'INSA de Lyon.
- CHOCAT B., 1997. Encyclopédie de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement, Lavoisier Tech & Doc, Paris
- CHOW V.T., MAIDMENT D.R., MAYS L.W., 1988. Applied Hydrology. McGraw-Hill Publishing Company, New York.
- CLOUTIER P., GRANDJEAN B., THIBAUT J., 1996. NNFIT Ver.1.0., <http://www.gch.ulaval.ca/~nnfit>, Université Laval Sainte-Foy, Québec.
- CUNGE J.A., 1969. On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method). *J. Hydr. Res., International Association for Hydraulic research*, vol. 7, n° 2, pp. 205-230.
- DOOGE J.C.I., STRUPCZEWSKI W.G., NAPIORKOWSKI J.J., 1982. Hydrodynamic derivation of storage parameters of the Muskingum model. *J. Hydrol.*, vol. 54, pp. 371-387.
- KOUSSIS A.D., 1978. An approximate dynamic flood routing method., *Proc. Of the international Symposium on unsteady flow in channels*, paper L1, Newcastle-Upon-Tyne, England.
- KOUSSIS A.D., 1980. Comparaison of Muskingum method difference schemes, *ASCE J. Hyd. Eng. Div.*, vol. 106 (HY5), pp. 925-929.
- KOUSSIS A.D., 1983. Unified theory for flood and pollution routing., *J. Hyd. Eng.*, vol. 109, n° 12, pp. 1652-1664.
- KOVACS Y. 1988. Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement. Thèse de doctorat de l'ENPC, 328 p.
- PERUMAL M. 1989. Unification of Muskingum Difference Schemes. *J. Hydr. Eng.*, vol. 115, n°4, pp. 536-543.
- PERUMAL M. 1992. Multilinear Muskingum Flood Routing Method. *J. Hydrol*, vol. 133, pp. 259-272.
- PONCE V.M. 1979. Simplified Muskingum routing equation., *ASCE J. Hyd. Eng. Div.*, 105 (HY1), pp. 85-91.
- PONCE V.M., YEVJEVICH V. 1978. The Muskingum-Cunge method with variable parameters. *J. Hydr. Div.*, ASCE, vol. 104, n° 12, pp. 1663-1667.
- PRESS W.H., TEUKOLSKY S.A., VETTERLING W.T., FLANNERY B.P. 1992. Numerical Recipes in C, The art of scientific Computing., Second Edition, Press W.H. et al. Cambridge University Press.
- SCHILLING W., DORING R., GREEN M.J., HARTONG H., JACQUET G., KIDO Y., PETERSEN SO., 1989. Real time control on urban drainage systems - The state-of-the-art, IAWPRC Scientific and technical report n° 2, Task Group on RTC/UDS; Pergamon Press, London, Oxford.
- SEMSAR Y.A.A., 1995. Mise au point d'une méthodologie d'évaluation et de comparaison des modèles de simulation hydraulique des réseaux d'assainissement, thèse de doctorat, INSA Lyon, France.
- VAZQUEZ J., BELLEFLEUR D., GILBERT D., GRANDJEAN B., 1997. Real time control of a combined sewer network using graph theory. *Water Science and Technology*, vol. 36, n° 5, pp. 301-308.
- VILLENEUVE J.P., MARCOUX C., CYR J.F., LAVALLÉ P., ABI-ZEIDI., 1992. La gestion dynamique des eaux de débordement de réseaux unitaires sur le territoire de la communauté urbaine de Québec, *Sci. et Techniques de l'eau*, vol. 26, n° 3, pp. 229-237.
- WANG G.T., SINGH V.P. 1992. Muskingum Method with variable parameters for flood routing in channels. *J. of Hydrology*, vol. 134, pp. 57-76.
- ZUG M., PHAN L., BELLEFLEUR D., SCRIVENER O. 1998. Pollution wash-off modeling in sewer networks. Calibration - validation - transposition. *Conf. Inter. Novatech 1998*, Lyon.